

Probabilités et tableaux croisés

Exercices – Sujet

Exercice 1 ★

On lance un dé équilibré à six faces. On note A : « obtenir un nombre pair » et B : « obtenir au moins 5 ».

1. Écrire A , B , $A \cap B$ et $A \cup B$ en extension.
2. Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$. Vérifier la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. Décrire $\overline{B}$ par une phrase et calculer $P(\overline{B})$.

Exercice 2 ★ Loi non équiprobable

Un dé est truqué : les faces 1 à 5 ont chacune la probabilité 0,1 d'apparaître.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?
2. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.
3. On lance ce dé 10 000 fois. Combien de fois peut-on s'attendre à obtenir 6 environ ? Quel résultat justifie cela ?

Exercice 3 ★ Tableau croisé

On a interrogé 200 élèves sur leur pratique sportive.

	Sport	Pas sport	Total
Filles	48	52	100
Garçons	60	40	100
Total	108	92	200

1. Calculer la fréquence marginale des élèves sportifs.
2. Calculer la fréquence des sportifs parmi les garçons.
3. Calculer la fréquence des garçons parmi les sportifs (à 0,01 près).
4. On choisit un élève au hasard. On note F : « c'est une fille » et S : « il fait du sport ». Calculer $P(S)$, $P(F \cap S)$, $P_F(S)$ et $P_S(F)$.

Exercice 4 ★★ Compléter un tableau croisé

Un lycée compte 800 élèves, dont 55 % de filles. 30 % des filles et 20 % des garçons suivent une option théâtre.

1. Recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs (Filles / Garçons ; Théâtre / Pas théâtre).
2. On choisit un élève au hasard. Calculer la probabilité qu'il suive l'option théâtre.
3. Sachant que l'élève suit l'option théâtre, quelle est la probabilité que ce soit une fille (à 0,01 près) ?

Exercice 5 ★★ Arbre pondéré

Dans un magasin, 60 % des clients paient par carte (C), les autres en espèces. Parmi ceux qui paient par carte, 30 % dépensent plus de 50 € (G) ; parmi ceux qui paient en espèces, 10 %. On choisit un client au hasard.

1. Traduire l'énoncé par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le client paie par carte et dépense plus de 50 €.
3. Calculer $P(\overline{C} \cap G)$.
4. *Approfondissement.* En admettant que $P(G)$ est la somme des probabilités des chemins menant à G , calculer $P(G)$ puis $P_G(C)$.

Exercice 6 ★★ Tirages sans remise

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules bleues. On tire successivement et sans remise deux boules.

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges, puis deux boules bleues.
3. En déduire la probabilité de tirer deux boules de la même couleur, puis de couleurs différentes.

Exercice 7 ★★★ Faux positifs

Une maladie touche 2 % d'une population. Un test de dépistage a une sensibilité de 90 % et une spécificité de 95 %.

1. Compléter un tableau croisé pour une population de 10 000 personnes (Malades / Non malades ; Test positif / négatif).
2. Combien y a-t-il de faux positifs ? de faux négatifs ?
3. Une personne est testée positive. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade (à 0,01 près) ? Commenter.

Exercice 8 ★★ Python et simulation

```

1  from random import randint
2
3  def somme_deux_des():
4      return randint(1, 6) + randint(1, 6)
5
6  def frequence_sept(n):
7      compteur = 0
8      for i in range(n):
9          if somme_deux_des() == 7:
10             compteur = compteur + 1
11     return compteur / n

```

1. Que renvoie la fonction `somme_deux_des` ?
2. Que représente la valeur renvoyée par `frequence_sept(10000)` ?
3. Calculer la probabilité d'obtenir une somme égale à 7 (tableau à double entrée). Vers quelle valeur la fréquence devrait-elle se stabiliser quand n devient grand ?