

Information chiffrée

Leçon

1. Proportions

Définition

Soit A une partie d'un ensemble E (la population de référence), avec n_A et n_E leurs effectifs. La **proportion** de A dans E est $p = \frac{n_A}{n_E}$. C'est un nombre entre 0 et 1, qu'on peut écrire sous forme décimale, fractionnaire ou en pourcentage.

Propriété

$$n_A = p \times n_E \quad (\text{calculer une partie connaissant le tout}) \quad \text{et} \quad n_E = \frac{n_A}{p} \quad (\text{calculer le tout}).$$

Exemple. Dans un lycée de 1 200 élèves, 360 sont en seconde : $p = \frac{360}{1\,200} = 0,3 = 30\%$. Si 35 % des élèves d'une classe, soit 14 élèves, sont externes, la classe compte $\frac{14}{0,35} = 40$ élèves.

Propriété – Proportion de proportion

Si $A \subset B \subset E$, avec p_1 la proportion de A dans B et p_2 la proportion de B dans E , alors la proportion de A dans E est $p = p_1 \times p_2$.

Exemple. 40 % des salariés d'une entreprise sont cadres, et 30 % des cadres sont des femmes. Les femmes cadres représentent $0,3 \times 0,4 = 0,12$, soit 12 % des salariés.

Remarque. Un pourcentage peut exprimer une **proportion** (« 30 % des élèves ») ou une **évolution** (« le prix a augmenté de 30 % ») : il faut toujours se demander « 30 % de quoi ? ».

2. Évolutions

Définition

Une grandeur passe d'une valeur V_1 à une valeur V_2 ($V_1 \neq 0$).

— La **variation absolue** est $V_2 - V_1$ (comparaison additive).

— Le **coefficient multiplicateur** est $CM = \frac{V_2}{V_1}$ (comparaison multiplicative) : $V_2 = CM \times V_1$.

— La **variation relative**, ou **taux d'évolution**, est $t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$.

Propriété

$CM = 1 + t$. Augmenter de $t\%$ revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; diminuer de $t\%$ revient à multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Exemple. Un prix passe de 80 € à 100 € : variation absolue +20 €, $CM = \frac{100}{80} = 1,25$, $t = 0,25 = +25\%$.

Remarque. Ne pas confondre **points de pourcentage** et pourcentage : un taux de chômage qui passe de 8 % à 10 % augmente de 2 points, ce qui correspond à une hausse de $\frac{10-8}{8} = 25\%$.

3. Évolutions successives et évolution réciproque

Propriété – Évolutions successives

Si une grandeur subit des évolutions successives de coefficients multiplicateurs $CM_1, CM_2, \dots, CM_n$, le coefficient multiplicateur global est le **produit** $CM = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$. Le taux global est $t = CM - 1$.

Exemple. Une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 25 % : $CM = 1,2 \times 0,75 = 0,9$, soit une **baisse** de 10 %.

Remarque. Les taux ne s'additionnent pas : deux hausses de 10 % donnent $1,1^2 = 1,21$, soit +21 % et non +20 %.

Propriété – Évolution réciproque

L'évolution qui ramène de V_2 à V_1 a pour coefficient multiplicateur $CM' = \frac{1}{CM}$.

Exemple. Après une hausse de 25 % ($CM = 1,25$), il faut appliquer $CM' = \frac{1}{1,25} = 0,8$, soit une baisse de 20 %, pour revenir au prix initial.

Un article coûte 54 € après une hausse de 8 % : son prix initial était $\frac{54}{1,08} = 50$ €.

Méthode – Résoudre un problème d'évolution

1. Identifier la valeur de départ et la valeur d'arrivée (ou le taux).
2. Traduire chaque évolution par son coefficient multiplicateur.
3. Multiplier les coefficients (évolutions successives) ou prendre l'inverse (évolution réciproque).
4. Revenir à un taux en pourcentage : $t = CM - 1$.

Exemple d'algorithme : au bout de combien d'années ?. Une population de 10 000 habitants augmente de 2 % par an. En quelle année dépassera-t-elle 15 000 ?

```

1 pop = 10000
2 n = 0
3 while pop <= 15000:
4     pop = pop * 1.02
5     n = n + 1
6 print(n)      # affiche 21

```