

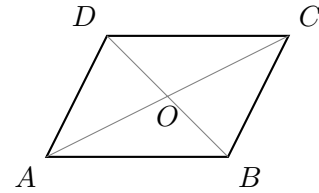
Vecteurs

Exercices – Sujet

Exercice 1 ★

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O . Compléter avec un point de la figure.

- | | |
|--|--|
| a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D\dots}$ | d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \dots$ |
| b) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{O\dots}$ | e) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{D\dots}$ |
| c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A\dots}$ | f) $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{\dots D}$ |



Exercice 2 ★ Relation de Chasles

Simplifier les écritures suivantes.

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \quad \vec{b} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \quad \vec{c} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \quad \vec{d} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{AB}$$

Exercice 3 ★ Coordonnées

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1; 2)$, $B(4; -2)$ et $C(-2; 5)$.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, puis la norme de $\overrightarrow{AB}$.
- Calculer les coordonnées de $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et de $\vec{v} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
- Calculer les coordonnées du milieu I de $[BC]$ et la distance BC .
- Physique.* Deux forces de coordonnées $\vec{F}_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ (en newtons) s'exercent sur un objet. Calculer les coordonnées et la norme de la force résultante $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Exercice 4 ★★

On reprend $A(1; 2)$, $B(4; -2)$, $C(-2; 5)$.

- Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Que représente E ?

Exercice 5 ★★ Colinéarité

- Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires? Et $\vec{u}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$?
- Déterminer le réel m tel que $\vec{a} \begin{pmatrix} m \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Exercice 6 ★★ Alignement et parallélisme

On donne $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(4; 9)$, $D(3; 6)$, $E(0; 4)$ et $F(2; 8)$.

- Les points A , B , C sont-ils alignés? Et A , B , D ?
- Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles?

Exercice 7 ★★ Nature d'un quadrilatère

On donne $A(1;1)$, $B(5;2)$, $C(6;6)$ et $D(2;5)$ dans un repère orthonormé.

1. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculer AB et AD . Que peut-on en déduire ?
3. Calculer AC et BD . $ABCD$ est-il un carré ?

Exercice 8 ★★ Théorème des milieux

ABC est un triangle, I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$.

1. Justifier que $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
2. À l'aide de la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
3. Quel théorème du collège retrouve-t-on ?

Exercice 9 ★★★

$ABCD$ est un parallélogramme. On définit les points E et F par $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Faire une figure.
2. Exprimer $\overrightarrow{CE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ (on pourra écrire $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$).
3. Exprimer de même $\overrightarrow{CF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
4. En déduire que les points C , E , F sont alignés.

Exercice 10 ★★ Python

1. Écrire une fonction `milieu(xA, yA, xB, yB)` qui renvoie les coordonnées du milieu de $[AB]$.
2. Écrire une fonction `distance(xA, yA, xB, yB)` (on utilisera `sqrt` du module `math`).
3. Compléter la fonction pour qu'elle renvoie `True` si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires :

```
1 def colineaires(x, y, xp, yp):
2     return .....
```