

Signe d'une expression et inéquations

Exercices – Sujet

Exercice 1 ★

Dresser le tableau de signes de chaque fonction affine.

$$f(x) = 3x - 6 \quad g(x) = -2x + 5 \quad h(x) = \frac{x}{4} + 1 \quad k(x) = -x$$

Exercice 2 ★ Produit nul

Résoudre les équations suivantes.

- | | | |
|--------------------------|--------------------|--|
| a) $(3x - 1)(x + 4) = 0$ | c) $4x^2 - 25 = 0$ | e) $(x - 1)^2 - 9 = 0$ |
| b) $x(2 - 5x) = 0$ | d) $x^2 = 6x$ | f) $(2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)(x + 5) = 0$ |

Exercice 3 ★★ Tableaux de signes de produits

Dresser le tableau de signes, puis résoudre l'inéquation demandée.

1. $A(x) = (x + 3)(2x - 1)$; résoudre $A(x) < 0$.
2. $B(x) = (4 - x)(x + 1)$; résoudre $B(x) \geq 0$.
3. $C(x) = -2x(x - 5)$; résoudre $C(x) > 0$.

Exercice 4 ★★ Factoriser d'abord

Factoriser, dresser le tableau de signes et résoudre.

- | | |
|---------------------|---------------------------------|
| a) $x^2 - 9 \leq 0$ | c) $x^2 < 3x$ |
| b) $x^2 - 4x < 0$ | d) $(x + 2)^2 - (2x + 1)^2 > 0$ |

Exercice 5 ★★ Quotients

1. Résoudre : a) $\frac{2x - 6}{x + 1} = 0$ b) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$.
2. Dresser le tableau de signes de $R(x) = \frac{3 - x}{2x + 4}$ et résoudre $R(x) > 0$.
3. Résoudre $\frac{x + 1}{x - 2} \geq 0$.

Exercice 6 ★★★

Résoudre l'inéquation $\frac{x + 1}{x - 2} \leq 2$. (On commencera par montrer qu'elle équivaut à $\frac{-x + 5}{x - 2} \leq 0$.)

Exercice 7 ★★★ Problème

Une entreprise fabrique x centaines d'objets par jour, avec $x \in [0; 12]$. Son bénéfice (en milliers d'euros) est $B(x) = -x^2 + 10x - 16$.

1. Vérifier que $B(x) = -(x - 2)(x - 8)$.
2. Dresser le tableau de signes de $B(x)$ sur $[0; 12]$.
3. Pour quelles productions l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

Exercice 8 ★★★ Position de deux courbes

On considère $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

1. Montrer que $f(x) - g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$.
2. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ et en déduire la position relative des courbes de f et g .