

Variations et fonctions de référence

Exercices – Sujet

Exercice 1 ★ Tableau de variations

Une fonction f définie sur $[-4; 5]$ a le tableau de variations suivant.

x	-4	-1	2	5
$f(x)$	2	5	-3	1

1. Donner le maximum et le minimum de f sur $[-4; 5]$.
2. Comparer, si possible : $f(-3)$ et $f(-2)$; $f(0)$ et $f(1)$; $f(3)$ et $f(4)$; $f(0)$ et $f(4)$.
3. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ? Et l'équation $f(x) = 3$?
4. Tracer une courbe pouvant représenter f .

Exercice 2 ★ Fonctions affines

1. Donner le sens de variation de $f(x) = -2x + 5$, $g(x) = 3x - 1$, $h(x) = 4$ et $k(x) = \frac{x}{2}$.
2. Déterminer la fonction affine u telle que $u(-1) = 7$ et $u(3) = -1$.
3. Un abonnement coûte 8 € par mois, plus 1,50 € par film loué. Exprimer le coût mensuel $C(n)$ pour n films. Interpréter le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

Exercice 3 ★ Fonction carré

1. Sans calculatrice, comparer : $2,3^2$ et $2,31^2$; $(-4)^2$ et $(-5)^2$; $(-0,7)^2$ et $0,6^2$.
2. Encadrer x^2 dans chacun des cas : a) $2 \leq x \leq 3$ b) $-3 \leq x \leq -1$ c) $-2 \leq x \leq 3$.
3. Résoudre : $x^2 = 5$; $x^2 \leq 9$; $x^2 > 4$; $x^2 < -1$.

Exercice 4 ★★ Fonction inverse

1. Comparer sans calculatrice : $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{\pi}$; $\frac{1}{-2}$ et $\frac{1}{-5}$.
2. Encadrer $\frac{1}{x}$ lorsque $2 \leq x \leq 4$, puis lorsque $-5 \leq x \leq -1$.
3. Résoudre $\frac{1}{x} = 4$, puis, à l'aide de la courbe, $\frac{1}{x} \leq 2$.

Exercice 5 ★★ Racine, cube, valeur absolue

1. Comparer : $\sqrt{0,8}$ et $0,9$; $(-2)^3$ et $(-1,5)^3$; $|-3|$ et $|2|$.
2. Résoudre : $\sqrt{x} = 3$; $x^3 = -8$; $|x| = 4$; $|x| \leq 2$; $\sqrt{x} < 2$.

Exercice 6 ★★ Position relative

1. Ranger sans calculatrice : $0,3$; $0,3^2$; $0,3^3$. Puis : $1,2$; $1,2^2$; $1,2^3$.
2. Pour $x \geq 0$, factoriser $x^2 - x$ et $x^3 - x^2$, puis retrouver la position relative des courbes d'équations $y = x$, $y = x^2$ et $y = x^3$ sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 7 ★★

Soit $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ définie sur $[-1 ; 5]$.

1. Calculer $f(-1)$, $f(2)$ et $f(5)$.
2. Montrer que pour tout x , $f(x) \geq 1$. En déduire le minimum de f .
3. On admet que f est décroissante sur $[-1 ; 2]$ et croissante sur $[2 ; 5]$. Dresser son tableau de variations.

Exercice 8 ★★★ Démonstration

Soit $f(x) = x^2 + 2x$.

1. Pour deux réels a et b , montrer que $f(b) - f(a) = (b - a)(b + a + 2)$.
2. En déduire que f est croissante sur $[-1 ; +\infty[$.
3. Que peut-on dire sur $]-\infty ; -1]$?

Exercice 9 ★★ Python

On reprend la boîte du chapitre précédent : $V(x) = x(20 - 2x)^2$ sur $[0 ; 10]$.

```

1 def V(x):
2     return x * (20 - 2*x)**2
3
4 x_max, v_max = 0, V(0)
5 x = 0
6 while x <= 10:
7     if V(x) > v_max:
8         x_max, v_max = x, V(x)
9     x = x + 0.01
10 print(x_max, v_max)

```

1. Expliquer le rôle des variables `x_max` et `v_max`.
2. Que permet d'obtenir ce programme ? Quelle est la précision du résultat ?
3. Le programme affiche environ 3.33 et 592.59. Interpréter.