

Nombres réels

Exercices – Sujet

Exercice 1 ★

Pour chacun des nombres suivants, donner le plus petit ensemble ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) auquel il appartient.

$$-3 \quad \frac{2}{5} \quad \sqrt{9} \quad \pi \quad \frac{1}{3} \quad -\frac{7}{4} \quad \sqrt{2} \quad 0 \quad 10^{-2} \quad \frac{22}{7}$$

Exercice 2 ★

Vrai ou faux ? Justifier.

a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

c) $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$

e) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{D}$

b) $-4 \in \mathbb{N}$

d) $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$

f) $\frac{6}{3} \in \mathbb{Z}$

Exercice 3 ★

- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que :
 a) $-2 \leq x \leq 5$ b) $x > 3$ c) $x \leq -1$ d) $0 < x \leq 4$
- Traduire par une ou deux inégalités :
 a) $x \in [1; 7[$ b) $x \in]-\infty; 0[$ c) $x \in [-\frac{1}{2}; +\infty[$
- Représenter sur une droite graduée les intervalles de la question 1.

Exercice 4 ★

Compléter par $\in$ ou $\notin$.

a) $3 \dots [3; 5[$

c) $-2 \dots]-\infty; -2[$

e) $\sqrt{2} \dots]1,41; 1,42[$

b) $5 \dots [3; 5[$

d) $\pi \dots [3,14; 3,15]$

f) $-\frac{10}{3} \dots [-3; 0]$

Exercice 5 ★★

Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ dans chacun des cas (on pourra s'aider d'une droite graduée).

a) $I = [-3; 4]$ et $J =]1; 6]$

b) $I =]-\infty; 2[$ et $J = [5; +\infty[$

c) $I = [0; +\infty[$ et $J =]-\infty; 3]$

d) $I = [-1; 1]$ et $J =]-5; 5[$

Exercice 6 ★

- Calculer : $|-7|$; $|3 - 8|$; $|\pi - 4|$; $|\sqrt{2} - 1|$; $|-2| \times |5|$.
- Calculer la distance entre : a) -3 et 5 b) $-2,5$ et -6 c) $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

Exercice 7 ★★

1. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que :
a) $|x - 2| \leq 3$ b) $|x + 1| < 4$ c) $|x - 5| \leq 0,1$
2. Écrire à l'aide d'une valeur absolue : a) $x \in [2; 8]$ b) $x \in [-6; 0]$
3. Résoudre l'équation $|x - 1| = 3$.

Exercice 8 ★★

1. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de $\sqrt{5}$ à 10^{-2} près, puis de $\frac{1}{7}$ à 10^{-3} près.
2. Arrondir π à 10^{-3} près.
3. Arrondir 0,004 567 et 123 456 à deux chiffres significatifs.
4. Sans calculatrice, justifier que $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$.

Exercice 9 ★★★

1. En s'inspirant de la démonstration du cours pour $\frac{1}{3}$, démontrer que $\frac{1}{7}$ n'est pas un nombre décimal.
(On pourra utiliser la décomposition en facteurs premiers de 10^n .)
2. Démontrer par l'absurde que $1 + \sqrt{2}$ est irrationnel.
3. Démontrer que $\sqrt{8}$ est irrationnel.

Exercice 10 ★★ Python

On considère le programme suivant.

```
1 x = 2
2 while x**2 < 5:
3     x = x + 0.1
4 print(x)
```

1. Que fait ce programme ? Quelle valeur affiche-t-il (environ) ?
2. Le modifier pour obtenir un encadrement de $\sqrt{5}$ d'amplitude 0,001.