

# Fiche de révision – Ensembles et logique

À relire avant le contrôle. Coche ce que tu sais faire, retravaille le reste avec les exercices et le quiz.

## L'essentiel

- $x \in E$  : un élément appartient ;  $A \subset E$  : un ensemble est inclus.
- $A \cap B$  : dans  $A$  **et** dans  $B$  ;  $A \cup B$  : dans  $A$  **ou** dans  $B$  ;  $\bar{A}$  : pas dans  $A$ .
- Négation :  $\text{non}(P \text{ et } Q) = \text{non } P \text{ ou } \text{non } Q$  ;  $\text{non}(P \text{ ou } Q) = \text{non } P \text{ et } \text{non } Q$ .
- $P \Rightarrow Q$  ; réciproque  $Q \Rightarrow P$  ; contraposée  $\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P$ .
- Une implication et sa contraposée sont vraies ou fausses **en même temps**.

## Méthodes et astuces

- **Prouver qu'un « pour tout » est faux** : un seul contre-exemple suffit.
- **Prouver qu'il est vrai** : un exemple ne suffit jamais, il faut une démonstration avec des lettres.
- **Disjonction des cas** :  $n$  pair ( $n = 2k$ ), puis  $n$  impair ( $n = 2k + 1$ ).
- **Par l'absurde** : « supposons que... », puis chercher une contradiction.

## Rédaction modèle

Montrer que pour tout entier  $n$ ,  $n^2 + n$  est pair.  
 Cas 1 :  $n = 2k$  ;  $n^2 + n = 4k^2 + 2k = 2(2k^2 + k)$ , pair.  
 Cas 2 :  $n = 2k + 1$  ;  $n^2 + n = 4k^2 + 6k + 2 = 2(2k^2 + 3k + 1)$ , pair. Dans tous les cas,  $n^2 + n$  est pair.

## Pièges classiques

- ✗ La négation de  $x > 3$  est  $x \leq 3$  (et non  $x < 3$ ).
- ✗ Écrire  $3 \subset E$  au lieu de  $3 \in E$ .
- ✗ Croire que la réciproque d'une propriété vraie est vraie.
- ✗ Confondre réciproque et contraposée.
- ✗ Le « ou » mathématique est inclusif : les deux peuvent être vrais.

## Le bon symbole

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$  (pas  $\Longleftrightarrow$  :  $x = -2$  aussi).  
 $2x + 1 = 7 \Longleftrightarrow x = 3$  (équivalence).  
 $x > 5 \Rightarrow x > 2$  (pas l'inverse).

## Je sais faire

- ☐ Utiliser  $\in, \subset, \cap, \cup, \bar{A}$ , Card.
- ☐ Écrire la négation d'une proposition simple.
- ☐ Énoncer la réciproque et la contraposée.
- ☐ Choisir entre  $\Rightarrow, \Leftarrow$  et  $\Longleftrightarrow$ .
- ☐ Trouver un contre-exemple.
- ☐ Raisonner par disjonction des cas, par l'absurde.

Mes notes : ce que je dois retravailler, mes questions pour le professeur