

Automatismes – Fiches d'entraînement

À utiliser en remédiation ciblée après le test de positionnement, et en rituels toute l'année.

Niveaux : ★ application directe ★★ entraînement ★★★ pour aller plus loin

Table des matières

1	Fractions et priorités opératoires	2
2	Puissances, écriture scientifique, racines carrées	3
3	Développer et factoriser	4
4	Équations et inéquations	5
5	Proportionnalité et pourcentages	6
6	Géométrie : Pythagore, Thalès, trigonométrie	7
7	Fonctions	8
8	Statistiques et probabilités	9

1. Fractions et priorités opératoires

Exercice 1 ★

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

c) $2 + \frac{3}{5}$

e) $-\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$

b) $\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$

d) $\frac{7}{9} \times \frac{6}{14}$

f) $\frac{5}{6} \div \frac{10}{3}$

Exercice 2 ★★

Calculer en respectant les priorités. Donner le résultat sous forme irréductible.

a) $A = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{2}$

c) $C = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}}$

b) $B = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \div \frac{3}{10}$

d) $D = -3 \times (2 - 5)^2 + 4$

Exercice 3 ★★

Le lundi, on utilise les $\frac{2}{5}$ de l'eau d'un réservoir. Le mardi, on utilise le tiers de ce qui reste.

1. Quelle fraction du réservoir a été utilisée le mardi ?
2. Quelle fraction du réservoir reste-t-il à la fin du mardi ?
3. Le réservoir contenait 60 L au départ. Combien de litres reste-t-il ?

Exercice 4 ★★★

1. Montrer que, pour tout entier $n \geq 1$: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$.
2. En déduire la valeur de $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}$.

2. Puissances, écriture scientifique, racines carrées

Exercice 1 ★

Écrire sous la forme a^n .

a) $3^4 \times 3^2$

c) $(2^3)^4$

e) $10^{-3} \times 10^5$

b) $\frac{7^5}{7^2}$

d) $5^3 \times 2^3$

f) $(10^{-2})^3$

Exercice 2 ★

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

a) 52 000

b) 0,0071

c) 345×10^6

d) $0,02 \times 10^{-3}$

Exercice 3 ★★

Calculer sans calculatrice et donner le résultat en écriture scientifique.

$$A = \frac{5 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-5}}{15 \times 10^2}$$

$$B = (2 \times 10^{-3})^2 \times 4 \times 10^5$$

Exercice 4 ★★

La lumière se déplace à environ 3×10^5 km/s. La distance Terre–Soleil est d'environ $1,5 \times 10^8$ km. Combien de temps la lumière du Soleil met-elle pour nous parvenir ? Donner le résultat en minutes et secondes.

Exercice 5 ★★

Calculer ou simplifier.

a) $\sqrt{64}$

c) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

e) $\sqrt{50}$

g) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

b) $\sqrt{0,25}$

d) $(\sqrt{7})^2$

f) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$

h) $\sqrt{4 \times 9}$

Exercice 6 ★★★

1. Écrire $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{3}$.
2. Développer $(1 + \sqrt{2})^2$ et $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$.

3. Développer et factoriser

Exercice 1 ★

Développer et réduire.

a) $4(3x - 2)$

c) $x(x - 6)$

e) $(3x - 1)(x + 4)$

b) $-2(x + 5)$

d) $(x + 2)(x + 5)$

f) $(2 - x)(3x + 1)$

Exercice 2 ★★

1. Développer à l'aide des identités remarquables : a) $(x + 7)^2$ b) $(3x - 2)^2$ c) $(2x + 5)(2x - 5)$
d) $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$

2. Calcul mental : calculer 101^2 et 99×101 à l'aide des identités remarquables.

Exercice 3 ★★

Factoriser.

a) $6x - 18$

e) $x^2 - 12x + 36$

b) $4x^2 + 10x$

f) $(2x + 1)(x - 3) - (2x + 1)(4x + 2)$

c) $x^2 - 49$

g) $(x + 3)^2 - 16$

d) $9x^2 - 4$

Exercice 4 ★★★

On considère $E = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$.

1. Développer et réduire E .

2. Factoriser E .

3. En choisissant la forme la plus adaptée, calculer E pour $x = 0$, puis résoudre $E = 0$ et $E = 8$.

4. Équations et inéquations

Exercice 1 ★

Résoudre les équations suivantes.

a) $x + 8 = 3$

c) $7x - 3 = 4x + 9$

e) $\frac{x}{4} - 1 = 2$

b) $4x = -18$

d) $2(x + 1) = 5x - 7$

f) $\frac{2x + 1}{3} = \frac{x - 1}{2}$

Exercice 2 ★★

Résoudre (penser à factoriser et à utiliser le produit nul).

a) $(x - 3)(2x + 8) = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$

e) $(x + 1)^2 = 9$

b) $x(5x - 1) = 0$

d) $x^2 = 3x$

f) $x^2 + 4 = 0$

Exercice 3 ★★

Résoudre les inéquations et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a) $3x - 4 < 8$

b) $-5x + 2 \geq 17$

c) $2(x - 1) > 4x + 6$

Exercice 4 ★★

1. La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale à 159. Quels sont ces nombres ?
2. Un rectangle a une longueur qui dépasse sa largeur de 4 cm. Son périmètre est 36 cm. Calculer ses dimensions puis son aire.

Exercice 5 ★★★

Un cinéma propose deux tarifs :

— Tarif A : 9 € la séance ;

— Tarif B : un abonnement annuel de 30 €, puis 5 € la séance.

À partir de combien de séances par an le tarif B est-il strictement plus avantageux ?

5. Proportionnalité et pourcentages

Exercice 1 ★

- 4 cahiers coûtent 6,80 €. Combien coûtent 10 cahiers ? Combien de cahiers peut-on acheter avec 25,50 € ?
- Calculer : 20 % de 45 ; 15 % de 240 ; 3 % de 1 500.

Exercice 2 ★★

Compléter le tableau (CM = coefficient multiplicateur).

Évolution	+25 %	−40 %	+3 %	−7,5 %	...	...	...
CM	...	...	...	...	1,18	0,85	2

Exercice 3 ★★

- Un article à 120 € augmente de 15 %. Quel est son nouveau prix ?
- Après une baisse de 20 %, un article coûte 64 €. Quel était son prix initial ?
- La population d'un village passe de 2 500 à 2 150 habitants. Calculer le taux d'évolution.

Exercice 4 ★★

- Une voiture parcourt 210 km en 2 h 30 min. Calculer sa vitesse moyenne en km/h.
- Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$, deux villages sont distants de 4 cm. Quelle est la distance réelle en km ?

Exercice 5 ★★★

- Un prix augmente de 20 % puis baisse de 20 %. Quelle est l'évolution globale ?
- Un prix subit deux hausses successives de 10 %. Quelle est l'évolution globale ?
- Quelle baisse faut-il appliquer pour compenser une hausse de 25 % ?
- Dans un lycée, 40 % des élèves sont en seconde et 55 % des élèves de seconde sont des filles. Quel pourcentage des élèves du lycée sont des filles de seconde ?

6. Géométrie : Pythagore, Thalès, trigonométrie

Exercice 1 ★

1. RST est rectangle en S avec $RS = 9$ cm et $ST = 12$ cm. Calculer RT .
2. MNP est rectangle en M avec $NP = 10$ cm et $MN = 6$ cm. Calculer MP .

Exercice 2 ★★

Les triangles suivants sont-ils rectangles ? Justifier.

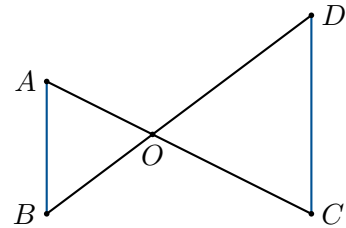
1. ABC avec $AB = 4,5$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 7,5$ cm.
2. EFG avec $EF = 5$ cm, $FG = 7$ cm, $EG = 9$ cm.

Exercice 3 ★★

Sur la figure ci-contre (non à l'échelle), les points A , O , C sont alignés, les points B , O , D sont alignés et $(AB) \parallel (CD)$.

On donne $OA = 4$ cm, $OC = 6$ cm, $AB = 5$ cm et $OB = 3$ cm.

Calculer CD et OD .



Exercice 4 ★★

1. ABC est rectangle en A , avec $\widehat{ABC} = 35^\circ$ et $BC = 8$ cm. Calculer AB et AC (arrondir au centième).
2. DEF est rectangle en D , avec $DE = 5$ cm et $DF = 7$ cm. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$ (arrondir au dixième de degré).

Exercice 5 ★★★

Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur vertical. Son pied est posé sur le sol horizontal à 1,4 m du mur.

1. À quelle hauteur l'échelle touche-t-elle le mur ?
2. Calculer l'angle formé par l'échelle et le sol (au degré près).
3. Pour être en sécurité, cet angle doit être compris entre 65° et 75° . Est-ce le cas ?

7. Fonctions

Exercice 1 ★

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2 - 5$.

1. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Déterminer les antécédents de 3 par f .

Exercice 2 ★

Compléter le tableau de valeurs de la fonction $g : x \mapsto -x + 4$, puis tracer sa représentation graphique.

x	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$						

Exercice 3 ★★

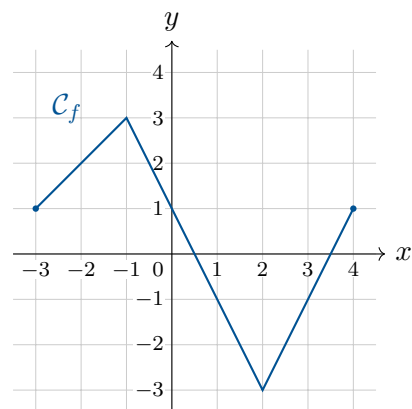
1. Soit $f(x) = 3x - 2$. Donner son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine. f est-elle croissante ou décroissante ? Calculer $f(4)$ et l'antécédent de 7.
2. Déterminer la fonction affine g telle que $g(1) = 5$ et $g(3) = 11$.

Exercice 4 ★★

On a représenté ci-contre une fonction f définie sur $[-3; 4]$.

Par lecture graphique :

1. Donner $f(-1)$, $f(0)$ et $f(2)$.
2. Donner les antécédents de 1.
3. Résoudre $f(x) = 0$.
4. Donner le maximum et le minimum de f .
5. Dresser le tableau de variations de f .
6. Résoudre $f(x) > 0$.



Exercice 5 ★★★

On considère les rectangles de périmètre 20 cm. On note x la largeur (en cm) et $A(x)$ l'aire (en cm^2).

1. Exprimer la longueur en fonction de x , puis montrer que $A(x) = x(10 - x)$. Dans quel intervalle varie x ?
2. Calculer $A(2)$ et $A(5)$.
3. Vérifier que $A(x) - 21 = -(x - 3)(x - 7)$, puis trouver les rectangles d'aire 21 cm^2 .
4. Montrer que $A(x) = 25 - (x - 5)^2$. En déduire l'aire maximale et le rectangle correspondant.

8. Statistiques et probabilités

Exercice 1 ★

Voici les notes d'un élève : 11 ; 14 ; 8 ; 17 ; 12 ; 9 ; 14 ; 15 ; 6 ; 14.

Calculer la moyenne, la médiane, l'étendue, les quartiles Q_1 et Q_3 et l'écart interquartile de cette série.

Exercice 2 ★★

Notes obtenues à un contrôle dans une classe :

Note	8	10	12	15	18
Effectif	3	5	7	4	1

1. Calculer l'effectif total et la moyenne de la classe.
2. Déterminer la médiane.
3. Quelle est la fréquence (en %) des élèves ayant eu 15 ?

Exercice 3 ★★

Une urne contient 5 boules rouges, 3 vertes et 2 bleues, indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

1. Calculer la probabilité de tirer une boule rouge, puis une boule verte.
2. Calculer la probabilité de ne pas tirer une boule bleue.
3. Combien de boules bleues faut-il ajouter pour que la probabilité de tirer une bleue soit égale à $\frac{1}{3}$?

Exercice 4 ★★★

On lance deux dés équilibrés à six faces et on fait la somme des résultats.

1. Construire un tableau à double entrée de toutes les sommes possibles.
2. Calculer la probabilité d'obtenir une somme égale à 7, puis égale à 12.
3. Quelle somme a la plus grande probabilité d'apparaître ?